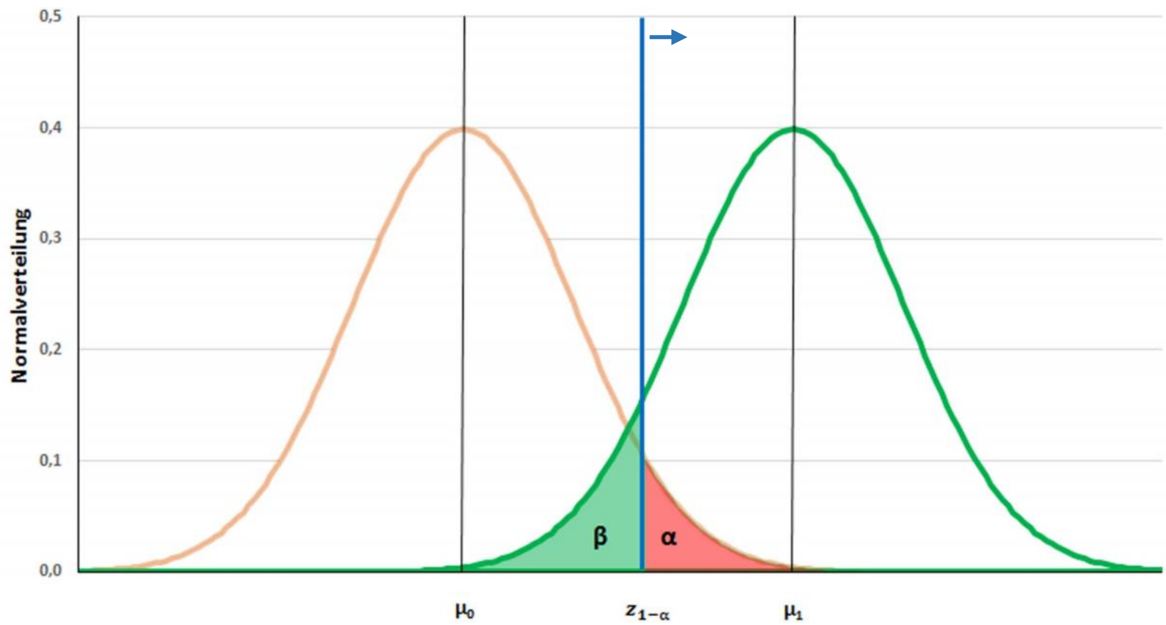
Fehler 1. und 2. Art

Bei statistischen Tests werden Nullhypothesen H_0 aufgrund von Stichprobenergebnissen abgelehnt oder nicht abgelehnt. Dabei kann man jedoch an extreme Stichproben geraten. Sie weichen extrem von den Verhältnissen der Grundgesamtheit ab und führen unweigerlich dazu, dass H_0 fälschlicherweise abgelehnt bzw. nicht abgelehnt wird.

Fehler 1. Art (α) dennoch gilt H_0 „Blamier-Fehler" „Meine spektakuläre Entdeckung stimmt gar nicht."	**Fehler 2. Art (β)** dennoch gilt H_{spek} „Entgangene-Ruhm-Fehler" „Meine spektakuläre Entdeckung stimmt doch."
H_0 wird fälschlicherweise abgelehnt; d.h. obwohl die Stichprobe **außerhalb des p_0-HSB** liegt, gilt p_0.	H_0 wird fälschlicherweise weiter angenommen; d.h. obwohl die Stichprobe **im p_0-HSB** liegt, gilt p_0 nicht.
$\alpha = Bin_{n;p0}(16>X>28)$	$\beta = Bin_{n;ptats.}(16 \leq X \leq 28)$

- **Fehlerursache:** zufällige Schwankungen (nicht etwa mangelnde Stichprobenrepräsentativität).
  Im Schnitt weist jede 20. Stichprobe (5%) extreme zufällige Schwankungen auf. Diese Schwankungen lassen sich leider nicht verhindern und führen unweigerlich zu fehlerhaften Entscheidungen (auch wenn die Stichprobe hoch repräsentativ ist). Jeder Wissenschaftlicher hofft, nicht an eine extreme Stichprobe zu geraten.
- **Verkleinert man α, so vergrößert sich β automatisch (und umgekehrt).** Die Abb. beschreibt diesen Zusammenhang am Beispiel eines rechtseitigen Tests (bei dem die p_0-Verteilung links, die p_{spek}-Verteilung rechts und α somit im rechten Bereich der p_0-Verteilung liegt). Wird α z. B. auf 1% verkleinert (der HSB also auf 99% erhöht), wandert die blaue Linie nach rechts und vergrößert β somit zwangsläufig.
- **Wie lässt sich sowohl α als auch β verkleinern?** Wird der **Stichprobenumfang n erhöht**, „wandern" beide Verteilungsgraphen nach recht ($\mu = n \cdot p$), triften dabei mit linearer Geschwindigkeit auseinander ($\mu_{spek} - \mu_0 = n \cdot (p_{spek} - p_0)$) und verbreiten sich gleichzeitig ($\sigma = \sqrt{np(1-p)}$). Da die Verbreiterung nur in wurzelartiger Geschwindigkeit erfolgt, kommt es insgesamt zu einer zunehmenden Entfernung beider Graphen. Die „Überlappungsflächen" α und β werden also beide(!) zunehmend kleiner.
- **Achtung**: β kann meistens nur abgeschätzt werden, da $p_{tats.}$ i.d.R. nicht bekannt ist.
- Unterscheidet sich **μ_0 und $\mu_{tats.}$** stark, ist der „Überlappungsbereich" α+β automatisch gering und der sogenannte „Effekt" eines entsprechenden statistischen Tests groß. Signifikante Ergebnisse können dann schnell mit relativ kleinem Stichprobenumfängen erzielt werden. Ob ein Wissenschaftler auf Zusammenhänge stößt, bei denen μ_0 und $\mu_{tats.}$ deutlich voneinander abweichen, hängt letztendlich von seiner Fachkompetenz und Erfahrung ab.



Verschieben des kritischen Wertes $z_{1-\alpha}$ nach rechts bedeutet Verkleinerung von α und Vergrößerung von β et vice versa