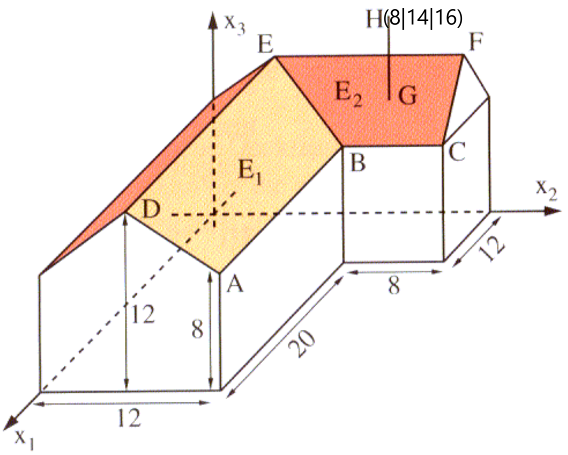
GEOMETRIE IV

Ziel Gegenstände mit Hilfe von Punktkoordinaten so exakt wie möglich vermessen zu können.

Kernidee Mit den Punktkoordinaten die relevanten Vektoren ermittelt und damit alle gesuchten Größen berechnen.



Rechnen mit Vektoren	Rechnung	geom. Bedeutung
+	$\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\-4\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-2\\6\end{pmatrix}$	hängt Vektor an
–	$\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0\\-4\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\6\\0\end{pmatrix}$	hängt Gegenvektor an
·	$\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}\cdot 3=\begin{pmatrix}3\\6\\9\end{pmatrix}$	verlängert 3-fach
:	$\begin{pmatrix}4\\6\\-2\end{pmatrix}:2=\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}$	halbiert
∘	$\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}0\\-4\\3\end{pmatrix}=1$	liefert Zwischenwinkel
×	$\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}0\\-4\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}18\\-3\\-4\end{pmatrix}$	liefert $\vec{n}$ und Fläche
||	$\left\|\begin{pmatrix}1\\-4\\3\end{pmatrix}\right\|=\sqrt{26}$	Länge

Beispiel a) Bestimmen Sie: A, B, D, $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{DA}$, $|\overrightarrow{AB}|$ und $|\overrightarrow{AD}|$.

b) Berechnen Sie: $\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EF}$; $\overrightarrow{BA}\circ\overrightarrow{BE}$; $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AD}$

c) Geben Sie zwei Möglichkeiten an, mit denen man alle Punkte der Gerade g_{AD} bestimmen kann.

d) Geben Sie zwei Gleichungen an, mit denen man alle Punkte der Ebene E_{ABD} bestimmen kann.

e) Geben Sie zwei Gleichungen an, mit denen man alle Punkte der Kugel K_A mit dem Radius 4 bestimmen kann.

Merke

Vektor ↔ Punkt Vektor ↔ Länge Vektorprod. ↔ Skalarprod. Kreuzprod. Kringelprod.	• Die 3 Vektor-Koordinaten stehen unter- statt nebeneinander. Ein Vektor beschreibt einen **Weg**, er kann überall im Koordinatensystem liegen; ein Punkt beschreibt dagegen einen festen **Ort** im Koordinatensystem. Ein Vektor hat eine **Länge**, ein Punkt nicht. • Ein Vektor wird mit 3 Zahlen beschrieben, seine Länge nur mit einer. • Das Vektorprodukt liefert einen senkrechten Vektor, der zur Fläche führt; das Skalarprodukt liefert dagegen nur eine Zahl, die zum Winkel führt.
unbekannten Punkt P, unbek. Vektor $\vec{a}$ ermitteln	• Man startet im Ursprung O(0|0|0) und addiert bekannte „Umwege“ so, dass man P erreicht (s. Beispiel b, dort wurde Punkt F bestimmt). • Man startet im Anfangspunkt von $\vec{a}$ und addiert bekannte „Umwege“ so, dass man die Pfeilspitze erreicht. (s. Beispiel: $\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD}$).
Geraden-, Ebenen-, Kugel-gleichung ermitteln	$g_{AB}:\overrightarrow{OX}=\begin{pmatrix}3\\0\\2\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\7\end{pmatrix}$ g_{AB}: $P(3+2s\|t\|2+7s)$ $E_{ABC}:\overrightarrow{OX}=\begin{pmatrix}3\\0\\2\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}3\\1\\4\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ $E_{ABC}:-4x_1+4x_2+2x_3=-8$ $K:\left(\overrightarrow{OX}-\begin{pmatrix}2\\4\\4\end{pmatrix}\right)^2=25$ K: $(x_1-2)^2+\ldots+(x_3-4)^2=25$
Parameter s, t Stütz- und Richtungsvektor Stützpunkt A	Die **Parameter** s und t geben an, **wie oft** man die Richtungsvektoren $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AC}$ addieren muss, um zum Ebenenpunkt X zu gelangen. $\overrightarrow{OA}$ ist der **Stützvektor** zum **Stützpunkt A**, mit dessen Hilfe man alle Ebenenpunkte X errechnen kann.
Normalenvektor $\vec{n}$	...steht senkrecht (orthogonaler) auf den beiden Richtungsvektoren der Ebene